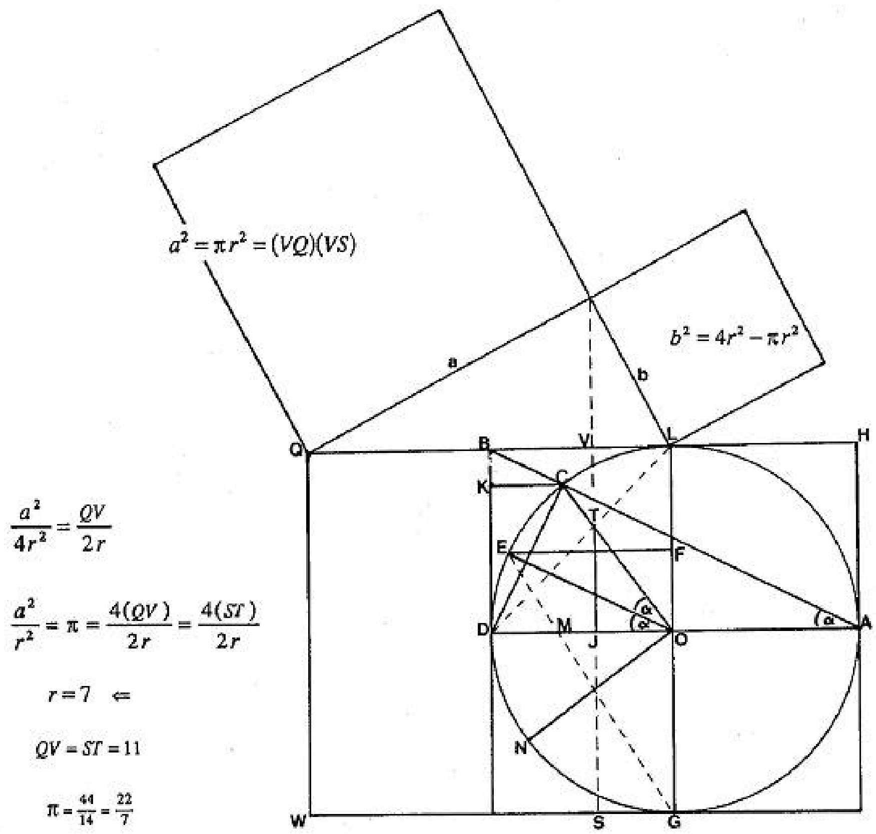
Rami Nir
Israel January, 2010 ©

הוכחה למעגלים הנחמדים מזהב

"בְּמַעְגְּלֹותֶיךָ" = "מִשְׁפְּטֵי-יְהוָה אֱמֶת צָדְקוּ יַחְדָּו"...
"הַנֶּחֱמָדִים--מִזָּהָב"...
(תהלים יט' 10 - 11)

בתרבוע אויקלידי זה של המעגל מתקיים "יחס זהב": EF/FG
לכן... המיתר EG חותך את הרדיוס OD בנקודת החיתוך M ואכן שווים הקטעים: OM = MN = ND
לפי-כך... הגזרה DON היא גזרת 1/10 המעגל: [2rπ]1/10 = בסיס לבניית [2rπ]1/5

חיתוך זה [2rπ]1/5 "יַחְדָּו" עם חיתוך "מִדָּה אַחַת" 1/5 על צלע ריבוע הרדיוס יקרא: חיתוך [צדק]=[5]
ואכן, תרבוע זה הוא "הַמָּקוֹם הַנֶּאֱמָן" לחיתוך [צדק]=[5]
ולכן, תרבוע זה הוא "הַמָּקוֹם הַנֶּאֱמָן" לחיתוך: r/7 = [r/7] = "מִדָּה אַחַת קֶצֶב אֶחָד--לְכֻלָּהְנָה" (מלכים א' ז' 37)
כנובע מקיום החפיפה והשוויון בין שטחים אותם תוחם ראדיאן.



ואמנם: **OC = OD = r** **Tan α = 1/2**

והנה... "מִשְׁפְּטֵי-יְהוָה אֱמֶת צָדְקוּ יַחְדָּו"... מקיימים בנייה של "מִדָּה אַחַת קֶצֶב אֶחָד--לְכֻלָּהְנָה" לחיתוך [צדק]=[5]... "יַחְדָּו" 1/5 על קשת המעגל וגם "מִדָּה אַחַת" 1/5 על צלע ריבוע הרדיוס... וזה שווה לקשת ראדיאן... ואין זאת כי כאן בתרבוע זה הוקם הניצב JT להיות (ישעיה כב' 23) **"יָתֵד בְּמָקוֹם נֶאֱמָן"... של "מִדָּה אַחַת קֶצֶב אֶחָד--לְכֻלָּהְנָה"** (מלכים א' ז' 37)**... לחיתוך: r/7 = [r/7]...**

להלן פירוט החפיפה והשוויון בין השטחים אותם תוחם ראדיאן:

1. **שטח "א" = תַּחוּם בין הקשת [LD] לבין המיתר LD -- ושמו "שטח קֶטֶם העיגול".**
2. **שטח "ב" = תַּחוּם בין הקשת [LD] לבין הניצבים BL & BD -- ושמו "שארית השטח בריבוע הרדיוס".**

קל להיווכח כי ... [שטח "א"] + [שטח "ב"] = [שטח המשולש LBD] = [שטח ראדיאן] = $r^2/2$
וכן... [שטח המשולש OTD] + [שטח המשולש OTL] = [שטח המשולש LOD] = [שטח ראדיאן] = $r^2/2$

כידוע... משפט אויקלידס מוכיח כי "שטחים ריבועיים" שווים בשטחם גם כאשר צורתם שונה... ואמנם שני השטחים, שטח "א" וכן שטח "ב", הנם שטחים שונים הלובשים צורות שונות. והלא גם עיגול [$a^2 = \pi r^2$] שוויו "שטח ריבועי" והגדרתו: [עיגול] = [השטח הגדול ביותר] = [צדק] "הַתַּחוּם בַּמַּעְגָּל". כמו-כן "גזרה" היא כאשר: [שטח גזרת ראדיאן] = [שטח גזרה "א"] + [שטח גזרה "ב"] = [$r^2/2$] (כשטח גדול ביותר) **וכמקרה פרטי:**
בתרבוע "נֶאֱמָן" זה יהיה... [שטח המלבן LVSG] = [שטח המשולש OTL]4 = $4r^2 - \pi r^2 = b^2$ = [שטח "ב"]4
ולכן, השוויון... [שטח המשולש OTL]4 = [שטח "ב"]4 מוכיח כי... [שטח המשולש OTL] = [שטח "ב"]...

על-כן, כמקרה פרטי, בתרבוע "נֶאֱמָן" זה... יהיו "בְּמַעְגְּלוֹתֶיךָ" = "הַנֶּחֱמָדִים--מִזָּהָב"... כדלקמן:
[שטח המשולש OTL] + [שטח קֶטֶם העיגול] = [שטח ראדיאן] = [שטח גזרת ראדיאן] = [$r^2/2$]
ואזי... שטח "א" = [שטח קֶטֶם העיגול] = [שטח המשולש OTD] = [שטח גזרה "א"] = [צדק]

אז, בֶּאֱמֶת כאן בתרבוע זה הוקם הניצב JT להיות (ישעיה כב' 23) **"יָתֵד בְּמָקוֹם נֶאֱמָן"... כי אכן תרבוע זה, בו מתקיים חיתוך [צדק]=[5], כמקרה פרטי הוא "הַמָּקוֹם הַנֶּאֱמָן" לקיום החפיפה והשוויון בין שטחים אותם תוחם ראדיאן.**

ולפי-כך:
כאשר... $\tan\alpha = 1/2$; וכאשר... $OC = OD = r$ ... על-פי היחס הזה 1/2... יתקבל ערך חיתוך הקטעים - כדלקמן:

$$BK = 1$$
$$KC = 2$$
$$KD = 4$$
$$BD = 5$$
$$DO = OA = 5$$
$$DA = 10$$
$$DA - KC = 8$$
$$DO - KC = 3$$

ונמדד: $\tan 2\alpha = 4/3$
[א]/[ב] = 4/3
ובהתאם: $TJ/JO = 4/3$

ועל-פי היחס הזה 4/3... יתקבלו ערכי חיתוך: [1/7 רדיוס ישר] = $r/7$ = [$r/7$] = [1/7 קשת ראדיאן] = "מִדָּה אַחַת קֶצֶב אֶחָד--לְכֻלָּהְנָה" לקטעים - כדלקמן:

ויהיה... $7 = 4 + 3 = DJ + JO = DO = r = [r]$ **= [אורך קשת הראדיאן]**
$11 = 4 + 7 = SJ + JT = ST = [LD]$ **= [אורך קשת רבע מעגל]**

$$\pi = 2[LD/r] = 2(ST)/r = 22/7$$

זה משפט הצדק האויקלידי בתרבוע המעגל *רמי ניר*
"אֲנִי--בְּצֶדֶק אֶחֱזֶה פָנֶיךָ אֶשְׂבְּעָה בְהָקִיץ תְּמוּנָתֶךָ": (תהלים יז' 15)